INTEGRAZIO ANIZKOITZA (15/16 - 16/17)

1.- $\vec{F}(x,y)=\left(\sin x+\arctan y\right)\cdot\vec{i}+\left(\arctan y-2xy+\dfrac{x}{1+y^2}\right)\cdot\vec{j}$ bektorea emanik, kalkulatu bere lerro-integrala $C\equiv\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$, non $y>0$, kurban zehar, $A=(2,0)$ puntutik $B=(-2,0)$ puntura.

2.- a) Izan bedi S gainazala $C\equiv\begin{cases}x^2+y^2=3\\ z=3\end{cases}$ kurbak mugaturiko $z=x^2+y^2$ gainazalaren zatia. Izan bedi $\vec{F}(x,y,z)=y\cdot\vec{i}+x\cdot\vec{j}+xz\cdot\vec{k}$ bektorea. Kalkulatu $\iint_S \overrightarrow{rot}\left(\vec{F}\right)\cdot d\vec{S}$, S gainazalaren kanpoko aurpegitik.

b) Kalkulatu aurreko S gainazalaren azalera.

3.- Integrazioa erabiliz, kalkulatu $V\equiv\begin{cases}z\geq-\sqrt{x^2+y^2}\\ x^2+y^2+z^2\leq 2\end{cases}$ solidoaren bolumena.

4.- Kalkulatu espazioan definituriko $C\equiv\vec{r}(t)\equiv\begin{cases}x=2t\\ y=t^2\\ z=\mathrm{L}t\end{cases}$ kurbaren luzera, $A=(2,1,0)$ eta $B=(4,4,\mathrm{L}2)$ puntuen artean.

5.- $\vec{F}(x,y)=x^2y\cdot\vec{i}+\dfrac{x^3}{3}\cdot\vec{j}$ bektorea, $C\equiv\sqrt{x+y}+xy=1$ kurba eta $A(0,1)$ eta $B(1,0)$ puntuak emanik, kalkulatu $\vec{F}$ bektorearen lerro-integrala A-tik B-ra.

6.- $V\equiv\begin{cases}x^2+y^2\leq 1\\ 0\leq y\leq x\sqrt{3}\\ 0\leq z\leq 2-x^2-y^2\end{cases}$ solidoa emanik,

a) Kalkulatu V-ren bolumena.

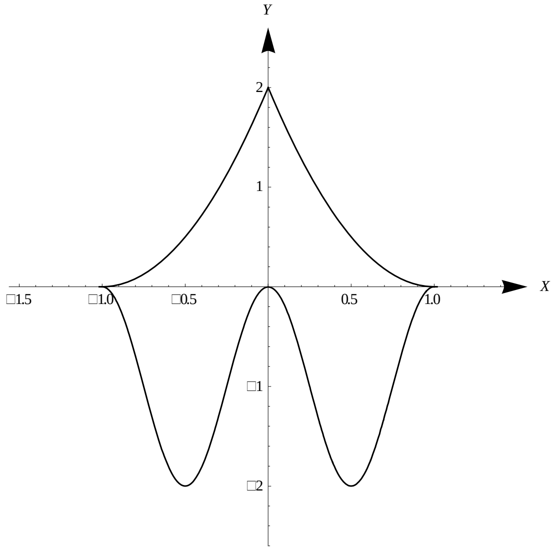
b) Kalkulatu V-ren muga osatzen duen $z=2-x^2-y^2$ gainazalaren zatiaren azalera.

c) Kalkulatu V-ren muga osatzen duen $z=2-x^2-y^2$ gainazalaren zatitik irteten den $\vec{F}(x,y,z)=(y,-x,2z)$ bektorearen fluxua.

7.- Kalkulatu $f(x,y,z)=x+y$ funtzioaren gainazal-integrala $x^2+y^2-2y=0$ gainazalak mugatzen duen $z+y=2$ gainazalean.

8.- Kalkulatu $f(x,y)=2-x$ funtzioaren lerro-integrala $(x-1)^2+y^2=1$ kurban zehar, $A=\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ eta $B=\left(0,0\right)$ puntuen artean, bide laburrenetik.

9.- $\vec{F}(x,y) = (x+y)\,\vec{i} + (2x+1-e^{\sin y})\,\vec{j}$ eremu bektoriala emanik, kalkulatu bere zirkulazioa irudian erakusten den C kurba itxian zehar, $C_1 \equiv y = 2(x+1)^2$, $C_2 \equiv y = 2(x-1)^2$ eta $C_3 \equiv y = \cos(2\pi x) - 1$ kurbek osaturikoa



10.- $V \equiv \begin{cases} x^2+y^2+z^2 \le 9 \\ z \le x^2+y^2-3 \\ z \le 1 \end{cases}$ solidoa eta $\vec{F}(x,y,z) = 2x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + x^2\,\vec{k}$ eremu bektoriala emanik:

a) Kalkulatu V-ren bolumena.

b) Izan bedi S gainazal itxia V solidoaren muga. Kalkulatu S zeharkatzen duen $\vec{F}$ bektorearen fluxua.

c) Kalkulatu S gainazaleko $z=1$ planoaren zatitik irteten den $\vec{F}$ bektorearen fluxua.

11.- $\vec{F}(x,y,z) = xy\cdot\vec{i} + yz\cdot\vec{j} + xz\cdot\vec{k}$ eremu bektoriala eta $\begin{cases} S_1 \equiv x^2+y^2=1 \\ S_2 \equiv x^2+y^2=4 \\ S_3 \equiv z=1 \\ S_4 \equiv z=4 \end{cases}$ gainazalek osaturiko S gainazal itxia emanik:

a) Kalkulatu S gainazaletik irteten den $\vec{F}$ bektorearen fluxua.

b) Kalkulatu S gainazaleko $z=1$ gainazalaren zatitik irteten den $\vec{F}$ bektorearen fluxua

12.- Kalkulatu $V \equiv \begin{cases} z \ge 0 \\ z \le \sqrt{x^2+y^2} \\ z \ge x^2+y^2-2 \end{cases}$ solidoaren bolumena.

13.- $\vec{F}(x,y)=\dfrac{1}{y-x-2}\cdot\vec{i}+\dfrac{1}{x-y+2}\cdot\vec{j}$ eremu bektoriala emanik, kalkulatu bere lerro-integrala $C\equiv x^2+y^2=2$ kurban zehar, noranzko positiboan ibilitakoa, $A(-1,-1)$ puntutik $B(1,1)$ puntura.